文章编号：1000－7598－(2008) 03－0673－06

黄土暗穴对路面结构变形响应的影响分析

邓亚虹[1,2]，彭建兵[1]，范　文[1]，夏唐代[2]

（1.长安大学 地震工程与灾害防治研究所，西安 710054；2.浙江大学 岩土工程研究所，杭州 310027）

摘　要：基于动力学基本方程，运用有限单元法（FEM）和 NEWMARK 隐式积分方法，对动荷载（FWD 荷载）作用下路基下伏黄土暗穴对路面结构变形响应的影响进行了弹塑性数值分析。考虑到人工截断边界上波反射对计算结果的影响，分别用传递边界和半无限单元来处理侧面和底面边界。主要考虑了动荷载周期、暗穴洞径和埋深 3 个影响因素，并在计算结果的基础上分析总结了它们对路面结构变形响应的影响规律。

关　键　词：黄土暗穴；路面结构；变形响应；有限元法；传递边界；半无限单元；FWD 荷载

中图分类号：U 416　　**文献标识码：**A

Dynamic deformation response of pavement structure subjected to hidden holes in loess

DENG Ya-hong[1,2],　PENG Jian-bing[1],　FAN Wen[1],　XIA Tang-dai[2]

(1. Institute of Earthquake Engineering and Geohazard Prevention, Chang'an University, Xi'an 710054, China;
2. Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: According to the basic equation of dynamics, using FEM and NEWMARK implicit algorithm, an elastoplastic numerical analysis is made to analyze the effect of hidden holes in loess on the dynamic deformation response of pavement structure. In order to reduce the effect of wave reflecting on artificial boundary, transmitting boundary and semi-infinite element are respectively used to treat the lateral and underside boundaries. The cycle of dynamic load and the diameter and depth of hidden holes in loess are the mainly considered three factors. Finally, based on the numerical calculation results, their effect laws on deformation response of pavement structure are analyzed.

Key words: hidden holes in loess; pavement structure; deformation response; FEM; transmitting boundary; semi-infinite elements; FWD load

1　引　言

随着高速公路的大规模兴建，出现了越来越多的实际工程问题。在西北黄土地区修建公路时，由于黄土本身的土性特征以及气候的特点，一种新的公路工程地质灾害——黄土暗穴，逐渐引起了工程技术人员和科研人员的注意。由于黄土暗穴的“隐蔽性”，由其引发的公路灾害具有突发性的特点，不仅造成道路结构的破坏，影响道路的正常运营，也对人民生命财产安全造成了较大威胁[1]。

动力响应计算中，考虑波能向外辐射，且计算区域有限，需要对边界进行处理。从 20 世纪 70 年代开始，人们就用有限元法和各种人工边界来模拟天然地基的近场波动问题，其中有 White 和 Valliappan 的加权平均逼近法[2]、Degrande 和 Roeck 的吸收边界法[3]、Lysmer 的传递边界法[4] 以及国内的廖振鹏提出的透射边界法[5]等等。目前普遍认为，传递边界法是一种较好的边界处理方法，它利用了表面波能占优的特点，但这一方法必须在一定深度处刚性截断。参照张楚汉[6]（1987 年）的研究，在深度方向上可利用半无限单元来模拟占小部分能量的体波，而水平方向上则利用传递边界来模拟面波。研究表明，这一方法比传统的传递边界法精度高，稳定性好。

在文献[1]中，笔者从暗穴引起应力集中、土体屈服破坏的观点出发，对车辆动荷载（FWD 荷载）作用下路基下伏黄土暗穴的稳定性进行了系统的研究。在已有研究工作的基础上，本文对不同洞径、

收稿日期：2006-05-31
基金项目：国家西部交通建设科技攻关项目（No. 2001-318-812-13）。
作者简介：邓亚虹，男，1978 年生，博士，讲师，主要从事土动力学及公路工程方面的教学和研究工作。E-mail:hoverdyh@zju.edu.cn

不同埋深的黄土暗穴在不同周期动荷载作用下的路面结构变形响应进行了弹塑性动力数值分析，并在计算结果的基础上对动荷载周期、暗穴洞径和埋深对路面结构变形响应的影响规律进行了总结。

2 基本理论

2.1 动力有限元基本方程

系统地求解方程，即运动方程，可以根据达朗贝尔直接平衡法、虚功原理或者哈密尔顿原理建立，其表达式为[7]

$$[M]\{\ddot{u}\}+[C]\{\dot{u}\}+[K]\{u\}=\{F(t)\} \tag{1}$$

式中：$\{\ddot{u}\}$，$\{\dot{u}\}$ 和 $\{u\}$ 分别为系统的节点加速度向量、节点速度向量和节点位移向量；$[M]$，$[C]$，$[K]$ 和 $\{F(t)\}$ 分别为系统的质量矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵和节点荷载向量，分别由各自的单元矩阵和向量集成。如果式（1）右端为 0，则表示的是系统的自由振动方程。

2.2 矩形单元刚度矩阵和质量矩阵

采用圆柱坐标，利用虚功原理，平面 4 节点矩形轴对称单元的刚度矩阵和质量矩阵由式（2）和式（3）给出：

$$[K]_{\mathrm{e}}=2\pi\int_{r_0-a}^{r_0+a}\int_{-b}^{+b}[B]^{\mathrm{T}}[D][B]r\mathrm{d}r\mathrm{d}z \tag{2}$$

$$[M]_{\mathrm{e}}=2\pi\int_{r_0-a}^{r_0+a}\int_{-b}^{+b}[N]^{\mathrm{T}}[\rho][N]r\mathrm{d}r\mathrm{d}z \tag{3}$$

式中：$[N]$ 为 4 节点四边形单元的插值形函数矩阵；$[B]$ 和 $[D]$ 分别为单元的几何矩阵和材料系数矩阵；$[\rho]$ 为质量密度；a 和 b 分别为矩形单元 r 向和 z 向边长的一半。

2.3 传递边界

下面将直接从有限元出发推导传递边界力。这里首先讨论向 r 正方向传播并作用于区域 I 的边界力的计算，对于向 r 负方向传播并作用于区域 I 的边界力可仿此进行。设边界距原点为 r_{b}，边界上各节点位移由各模态波位移叠加而成，即

$$\{U\}=\sum_{s=1}^{2n}a_s\{V\}_s \tag{4}$$

式中：$\{V\}_s$ 为 s 模态波位移分布矢量；a_s 为各模态波含量系数。第 s 模态波由于位移引起的单元 j 和 $j-1$ 对节点 j 的节点力为

$$\begin{aligned}\{F_j\}=&\left[K_{11}^{J}\right]\{U_j\}+\left[K_{12}^{J}\right]\{U_{j+1}\}+\left[K_{13}^{J}\right]\{U_{j'}\}+\\&\left[K_{14}^{J}\right]\{U_{j'+1}\}+\left[K_{21}^{J-1}\right]\{U_j\}+\left[K_{22}^{J'-1}\right]\{U_{j'-1}\}+\\&\left[K_{23}^{J-1}\right]\{U_{j'-1}\}+\left[K_{24}^{J-1}\right]\{U_{j'}\}\end{aligned} \tag{5}$$

式中：$\{U_j\}=[u_{rj},u_{zj}]$；$[K_{ij}]$ 为 2×2 阶矩阵是与矩形单元中相关节点对应的矩阵。相邻单元 j 和 $j-1$ 的节点位移满足下式：

$$\begin{Bmatrix}U_{j'-1}\\U_{j'}\\U_{j'+1}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}U_{j-1}\\U_{j}\\U_{j+1}\end{Bmatrix}\exp(-2\mathrm{i}kl_{\mathrm{T}}) \tag{6}$$

式中：i 为虚数单位；k 为波数；l_{T} 为传递边界单元 r 向边长的一半。将式（3）和式（5）代入式（4），同时令 $2l_{\mathrm{T}}\to 0$，可得到第 s 模态波引起的节点力。对各模态波引起的节点力求和，即可得节点 j 的节点力

$$\{F_j\}=\left[F_{jr},\,F_{jz}\right]^{\mathrm{T}} \tag{7}$$

式中：F_{jr}, F_{jz} 的表达式参见文献[8]。

2.4 半无限单元

z 向半无限单元，其单元的位移函数为

$$\left.\begin{aligned}N_1&=\frac{1}{2}\left(1-\frac{r-r_0}{l_{\mathrm{H}}}\right)\mathrm{e}^{-(\varphi+ik_s)z}\\N_2&=\frac{1}{2}\left(1+\frac{r-r_0}{l_{\mathrm{H}}}\right)\mathrm{e}^{-(\varphi+ik_s)z}\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

由于剪切波的能量比例比压缩波大，波速 k_{s} 取剪切波的波数，φ 为衰减系数，l_{H} 为半无限单元 r 向边长的一半，单元中质点的位移为

$$\begin{Bmatrix}u_1\\u_2\end{Bmatrix}=[N]\begin{Bmatrix}u_{1r}\\u_{1z}\\u_{2r}\\u_{2z}\end{Bmatrix} \tag{9}$$

$[N]$ 由下式给出：

$$[N]=\begin{bmatrix}N_1&0&N_2&0\\0&N_1&0&N_2\end{bmatrix} \tag{10}$$

根据虚功原理，单元的刚度矩阵和质量矩阵分别为

$$[K]_{\infty}=2\pi\int_0^{+\infty}\int_{r_0-l_{\mathrm{H}}}^{r_0+l_{\mathrm{H}}}[B]^{\mathrm{T}}[D][B]r\mathrm{d}r\mathrm{d}z \tag{11}$$

$$[M]_{\infty}=2\pi\int_0^{+\infty}\int_{r_0-l_{\mathrm{H}}}^{r_0+l_{\mathrm{H}}}[N]^{\mathrm{T}}[\rho][N]r\mathrm{d}r\mathrm{d}z \tag{12}$$

2.5 阻尼矩阵

阻尼矩阵在一般情况下是依赖于振动频率的。因此，在实际分析中，要精确地决定阻尼矩阵是相当困难的。同时，在体系的运动方程中，阻尼力与惯性力和抗力相比较要小得多，因此，通常将实际结构的阻尼矩阵简化为质量矩阵 $[M]$ 和刚度矩阵 $[K]$ 的线性组合，这种阻尼称为瑞利（Rayleigh）阻尼，表达式为

$$[C]=\alpha[M]+\beta[K] \tag{13}$$

式中：α，β 为不依赖于频率的常数，其表达式分别为

$$\alpha=\frac{2\left(\xi_j\omega_i-\xi_i\omega_j\right)}{\left(\omega_i+\omega_j\right)\left(\omega_i-\omega_j\right)}\omega_i\omega_j \tag{14}$$

$$\beta=\frac{2\left(\xi_i\omega_i-\xi_j\omega_j\right)}{\left(\omega_i+\omega_j\right)\left(\omega_i-\omega_j\right)} \tag{15}$$

只要实测两种振型下的圆频率 ω 和阻尼比 ξ 值，便可根据式（14）和式（15）计算出 α 和 β。这种方法的缺点是一般只能测得低频阻尼比，按此确定的系数用于动态分析，结果会使体系的高频反应被“阻尼掉”很多。另一种方法是先进行体系的模态分析，根据模态分析结果，采用两种“贡献”较大的、与模态相应的自振圆频率和阻尼比来计算 α 和 β。本文采用后一种方法，先计算体系的前 10 阶模态，然后考虑高阶模态的影响，采用 1，6 模态对应的圆频率和阻尼比来计算瑞利（Rayleigh）阻尼系数 α 和 β。

2.6　运动方程的求解方法

运动方程（1）为常系数二阶常微分方程组，在实际的有限元数值分析中，经常采用两大类型的数值解法，即振型叠加法和直接积分法。用振型叠加法求解线性动态问题非常有效。直接积分法是指在积分运动方程之前不进行方程形式的变化，而直接进行逐步数值积分。如中心差分法、Houbolt 法、Wilson - θ 法和 Newmark 法等。Newmark 积分方法实质上是线性加速度法的一种推广。它采用下列假设：

$$\dot{a}_{t+\Delta t}=\dot{a}_t+\left[(1-\delta)\ddot{a}_t+\delta\ddot{a}_{t+\Delta t}\right]\Delta t \tag{16}$$

$$a_{t+\Delta t}=a_t+\dot{a}_t\Delta t+\left[(1/2-\eta)\ddot{a}_t+\eta\ddot{a}_{t+\Delta t}\right]\Delta t^2 \tag{17}$$

式中：t 为时间；Δt 为积分时间步长；a，$\dot{a}$，$\ddot{a}$ 分别为位移、速度和加速度。本文采用了 Newmark 隐式积分法，并取 $\delta=1/2$，$\eta=1/4$ 的无条件稳定积分形式。此时，积分时间步长的选取只需考虑外荷载的影响。

3　计算模型及材料参数

3.1　路面结构模型及材料参数

为讨论结果的一般性，选用了 4 层路面结构体系，如图 1 所示，自上而下依次为：路面层、上基层、下基层和土基。各层材料参数的取值如表 1 所示[10, 11]。

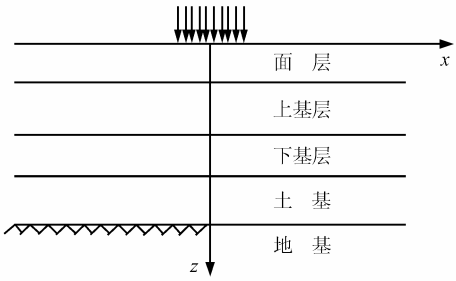

图 1　路面结构示意图

Fig.1　Sketch map of pavement structure

表 1　路面结构和材料参数

Table 1　Structure and material parameters of pavement

结构层	厚度 / cm	弹性模量 / MPa	密度 / g·cm^{-3}	阻尼系数	泊松比
面层	15	1 400	2.40	0.40	0.25
上基层	20	1 000	2.10	0.40	0.25
下基层	20	700	1.70	0.40	0.25
土基	100	80	1.80	0.40	0.30

3.2　黄土地基材料参数[1]

黄土暗穴是研究的主要对象，因此，黄土地基的材料特性参数对计算结果的合理性尤为重要。为此，用 DDS-70 电磁式振动三轴仪对 12 组原状黄土试样进行了动三轴试验，并根据试验的结果选取了有限元分析的黄土地基材料参数，具体数值如表 2 所示。

表 2　黄土地基的材料参数

Table 2　Material parameters of loess ground

结构层	弹性模量 / MPa	密度 / g·cm^{-3}	阻尼比	泊松比	c / kPa	ϕ / (°)
地基	60	1.50	0.10	0.35	30	25

假设黄土地基为理想弹塑性材料，服从相关联流动准则。采用 Drucker-Prager 屈服准则，其屈服函数为[9]

$$F=\sqrt{3}\gamma I_1+\sqrt{3J_2}-\sigma_y=0 \tag{18}$$

式中：I_1 为应力第 1 不变量；J_2 为应力偏量第 2 不变量；γ 和 σ_y 可表示为抗剪强度参数 c 和 φ 的函数，其表达式为

$$\gamma=\frac{\sin\varphi}{\sqrt{9+3\sin^2\varphi}} \tag{19}$$

$$\sigma_y=\frac{9c\cos\varphi}{\sqrt{9+3\sin^2\varphi}} \tag{20}$$

3.3 车辆动荷载模型

实际的行车荷载对路面结构的动力作用是非常复杂的。目前，世界各国的路面设计规范中，都是把车辆荷载作为静止的集中荷载或图形分布荷载来表达，而实际路面承受的车辆荷载是一个位置不断变化的运动随机荷载。对于路面某一点在车辆通过时所承受的动荷载的的简化方法主要有两种：一是将其简化为半波正弦荷载；二是采用 FWD 产生的动态冲击荷载。本文用 FWD 荷载来模拟实际行车荷载，32 ms 周期的 FWD 荷载曲线如图 2 所示。

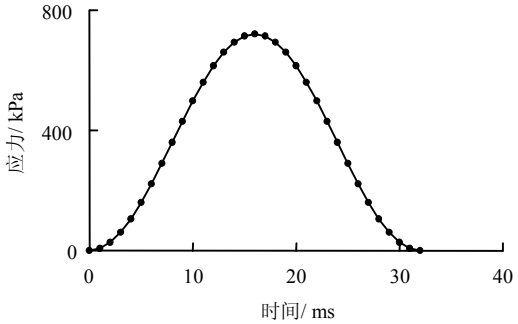

图 2 FWD 荷载时程曲线

Fig.2 Stress-Time relation of FWD Load

4 计算结果及分析

在有限元分析时，据对称性选取了 60 m×30 m 的计算区域。分析中主要考查了荷载周期（车速），暗穴埋深和洞径变化对路面变形响应的影响。计算模型分两组：第 1 组固定暗穴洞径，变化埋深；第 2 组固定洞顶埋深，变化洞径。首先对不同模型进行无阻尼模态分析，并选用 1 阶和 6 阶模态计算瑞利阻尼系数，然后进行有阻尼的动力瞬态分析，计算结构的变形响应。所有计算结果见表 3 和表 4。

从表 3 可以看出，暗穴的存在对体系自振频率的影响甚微。

表 3 自振频率及瑞利阻尼系数

Table 3 Natural vibration frequency and Rayleigh damping coefficient

计算工况	模型	洞径 / m	埋深 / m	自振频率 1 阶	自振频率 6 阶	α	β
固定洞径，变化埋深	1	2.0	2.0	1.847	3.824	1.565 1	0.005 6
	2	2.0	3.0	1.847	3.827	1.565 5	0.005 6
	3	2.0	4.0	1.847	3.823	1.565 0	0.005 6
固定埋深，变化洞径	1	1.0	3.0	1.847	3.824	1.565 1	0.005 6
	2	1.5	3.0	1.847	3.826	1.565 5	0.005 6
	3	2.0	3.0	1.847	3.827	1.565 0	0.005 6

表 4 最大位移随荷载周期变化表

Table 4 Maximum displacement-load cycle relations

计算工况	模型	荷载周期/ ms 128	256	640	1 280	2 560	3 200
固定洞径，变化埋深	1	3.23	3.77	4.05	3.75	3.67	3.66
	2	2.64	3.14	3.58	3.31	3.24	3.23
	3	2.56	3.10	3.55	3.28	3.20	3.19
固定埋深，变化洞径	1	2.51	3.00	3.47	3.20	3.13	3.12
	2	2.94	3.40	3.81	3.52	3.44	3.43
	3	2.64	3.14	3.58	3.31	3.24	3.23

4.1 不同暗穴对荷载周期变化的响应

据表 4 分别绘制路面中心最大位移随荷载周期变化曲线于图 3 和图 4。

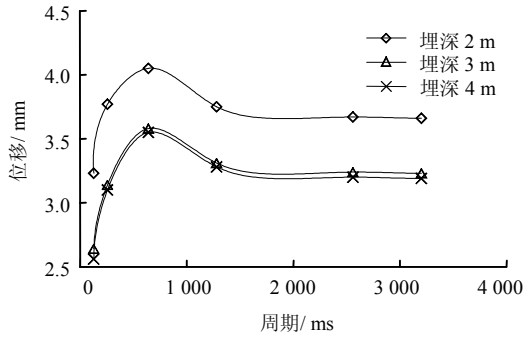

图 3 不同埋深模型最大位移与荷载周期关系曲线

Fig.3 Maximum displacement-load cycle relations for different models of different depths

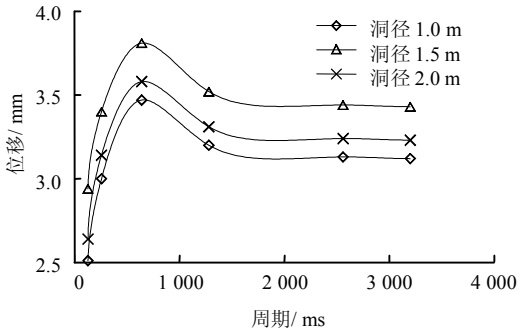

图 4 不同洞径模型最大位移与荷载周期关系曲线

Fig.4 Maximum displacement-load cycle relations for different models of different diameters

从图中可以看出，随着荷载周期的增大，路面中心点的最大位移均呈现先增大后减小，并逐渐趋于一极限值的特点，位移的最大值均出现在受 640 ms 周期动荷载作用时。可见，当周期较短时，变形较小，随着周期的增大，变形达到一个最大值，这个最大值出现的荷载周期决定于体系的自振特性。随着荷载周期的继续增大，变形逐渐减小，趋于一

个极限值。由于暗穴的存在对体系自振频率影响甚微，所以最大值均出现在 640 ms 周期附近，这与表 3 算得的体系一阶自振频率所对应的周期是比较接近的。

4.2　暗穴埋深对变形响应的影响

对相同洞径、不同埋深的第 1 组 3 个模型考查其在 640 ms 周期动荷载作用下的变形响应。路面中心位移响应-时程曲线、360 ms 时刻路面位移分布曲线以及中心点位移-埋深关系曲线分别如图 5～7 所示。

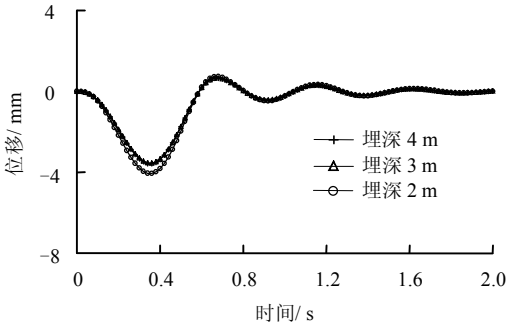

图 5　路面中心位移-时程曲线
Fig.5　Displacement-time relations of the pavement center

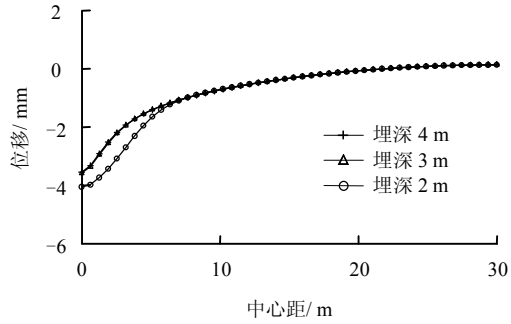

图 6　360 ms 时刻路面位移分布曲线
Fig.6　Displacement-distance relations of pavement surface at time 360 ms

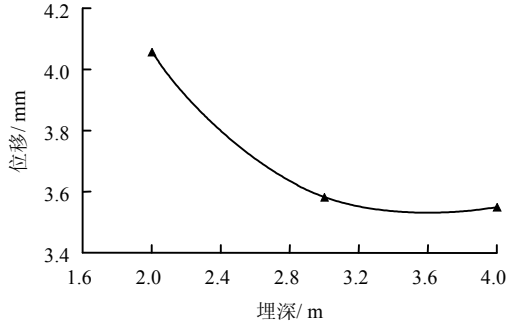

图 7　路面中心最大位移与埋深关系曲线
Fig.7　Maximum displacement-depth relation of the pavement center

从图 5 可以看出，不同埋深模型的位移-时程曲线特性基本一致，只是振动幅值在荷载作用时间内随埋深不同而有较明显的不同，埋深越大，位移越小。最大位移发生在 360 ms 时刻，相对于荷载最大值的 320 ms 有时间上的滞后，这由体系的阻尼特性决定。

图 6 反映了某一时刻路面位移的分布情况。从图可知，路面中心位移最大，距离中心越远位移越小，超过一定距离后位移变为向上的正位移。从图可以看出，4 m 和 3 m 埋深的暗穴路面位移响应基本一致，但埋深由 3 m 变化到 2 m 时位移增幅较大。此外，暗穴埋深的影响在距中心 6 m 以内比较明显，此距离以外则影响甚微。

从图 7 可以看出，埋深对最大位移的影响随埋深的增大而减弱，对于 2 m 洞径的暗穴，当埋深大于 3 m 时，最大位移将几乎不再变化。

4.3　暗穴洞径对变形响应的影响

对相同埋深、不同洞径的第 2 组 3 个模型同样考察其在 640 ms 周期动荷载作用下的变形响应。路面中心位移响应-时程曲线、360 ms 时刻路面位移分布曲线以及中心点位移与埋深关系曲线分别如图 8～10 所示。

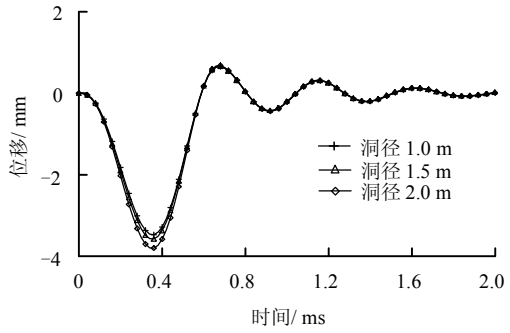

图 8　路面中心位移-时程曲线
Fig.8　Displacement-time relations of the pavement center

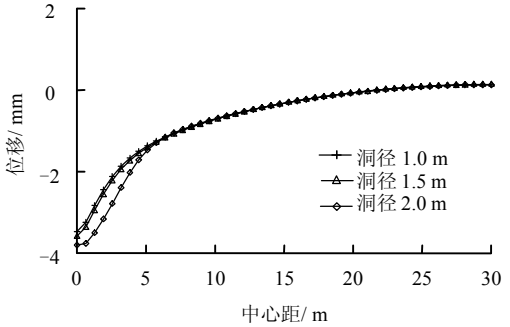

图 9　360 ms 时刻路面位移分布曲线
Fig.9　Displacement-distance relations of pavement surface at time 360 ms

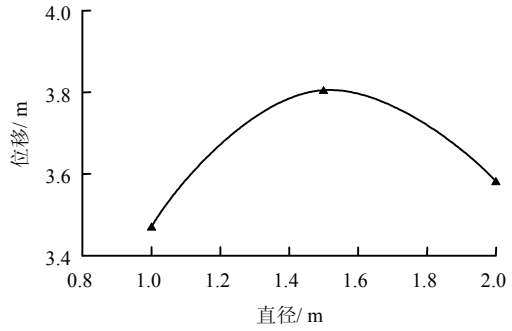

图 10 路面中心最大位移与洞径关系曲线
Fig.10 Maximum displacement-diameter relation of the pavement center

图 8 所示的时程曲线表明，不同洞径的模型在振动特性上基本一致。最大位移发生在 360 ms 时刻，相对于荷载最大值的 320 ms 有时间上的滞后。从图 9 可知，距中心线 6 m 以外的区域，变形响应区别很小。从图 10 可以看出，当洞径由 1.0 m 增大到 2.0 m，路面中心的最大位移以及某一时刻的位移分布都呈现出先增大后减小的特点，这与通常认为的洞径越大变形越大的观点并不一致。

5 结 论

运用动力有限元方法，通过对具有不同洞径和埋深暗穴的模型在不同周期动荷载作用下的变形响应的计算和分析，可以得出以下结论：

（1）暗穴对体系自振频率影响甚微，故不同模型的振动特性基本一致，洞径和埋深的不同只对振动幅值有影响。

（2）路面中心最大位移随着动荷载周期的增大，呈现先增大，后减小，并逐渐趋于一极限值的特点。体系最“敏感”的荷载周期决定于体系自身的振动特性。

（3）对于相同洞径的暗穴，随着埋深的增大，路面位移响应逐渐减小。埋深对最大位移的影响随埋深的增大而减弱，对于某一洞径的暗穴，当埋深大于一定数值后，最大位移将几乎不再变化。

（4）对于相同埋深的暗穴，路面最大位移响应并不简单地随着洞径的增大而增大，存在一个最“敏感”的洞径，使得位移响应达到最大值。

（5）洞径和埋深的变化对路面变形响应都存在一个影响区域，就本文计算模型来说，距中心线 6 m 以内影响比较明显。

参 考 文 献

[1] 邓亚虹. 车辆动荷载作用下路基下伏黄土暗穴稳定性分析[D]. 西安: 长安大学, 2004.

[2] WHITE WEEKS, VALLIAPPAN SOMASUNDARAM, LEE K. Unified boundary for finite dynamic models[J]. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, **ASCE**, 1977, 103 (EM 5): 949－964.

[3] DEGRANDE D, DE ROECK G . An absorbing boundary condition for wave propagation in saturated poroelastic mediapart I: formulation and efficiency evaluation[J]. **Soil Dynamic and Earthquake Engineering**, 1993, (12): 411－421.

[4] LYSMER J, WASS G . Shear walls in plane infinite structures[J]. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, **ASCE**, 1972, 98 (EM 1): 85－105

[5] 廖振鹏. 近场波动问题的有限元解法[J]. 地震工程与工程振动, 1984, 4(2): 1－13.

[6] 张楚汉, 赵崇斌. 复杂地基中波动问题和数值模拟[J]. 土木工程学报, 1987, 20(4): 83－96.
ZHANG Chu-han, ZHAO Chong-bin. A numerical simluation of wave propagation for complex foundations[J]. **China Civil Engineering Journal**, 1987, 20(4): 83－96.

[7] 王勖成, 邵敏. 有限单元法基本原理和数值方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.

[8] 吴世明. 土介质中的波[M]. 北京: 科学出版社, 1997.

[9] 龚晓南. 土塑性力学(第二版)[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1999.

[10] 侯芸, 郭忠印, 田波, 等. 动荷载作用下沥青路面结构的变形响应分析[J]. 中国公路学报, 2002, 15(3): 6－10.
HOU Yun, GUO Zhong-yin, TIAN Bo, et al. Dynamic deflection response of layered pavement structure subjected to dynamic load[J]. **China Journal of Highway and Transport**, 2002, 15(3): 6－10.

[11] 邓学钧, 黄晓民, 沈伟新. 弹性层状体系的动力响应分析[J]. 土木工程学报, 1995, 28(3): 9－16.
DENG Xue-jun, HUANG Xiao-ming, SHEN Wei-xin. Dynamic response analysis of elastic multi-layered system[J]. **China Civil Engineering Journal**, 1995, 28(3): 9－16.